

Bilangan Dominasi-Lokasi pada Graf Ular Segitiga

Yeristo Saleki¹, Anuwar Kadir A Gafur², Ariestha Widyastuty Bustan³

Program studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Pasifik Morotai

Email korespondensi*: anuwarekadir657@gmail.com

Abstrak

Pada makalah ini, setiap graf yang dibahas diasumsikan sebagai graf sederhana, terhubung, tak berarah, dan berhingga. Suatu graf G memiliki himpunan titik yang dinotasikan $V(G)$ yang tak kosong dan himpunan sisi dinotasikan $E(G)$. Ketertangga dari titik x di G didefinisikan sebagai himpunan titik $N(x) = \{y \in V(G) | xy \in E(G)\}$. Himpunan titik W dari $V(G)$ disebut sebagai himpunan dominasi di G jika untuk setiap titik x selain W berlaku $N(x) \cap W \neq \emptyset$. Himpunan titik W juga disebut sebagai himpunan dominasi-lokasi jika untuk setiap titik x dan y berbeda di $V(G)$ selain W memiliki $\emptyset \neq N(x) \cap W \neq N(y) \cap W \neq \emptyset$. Bilangan dominasi Lokasi dilambangkan $\lambda(G)$ adalah kardinalitas minimum dari himpunan dominasi-Lokasi di G . Penelitian ini membahas tentang graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$ himpunan dominasi-lokasi pada G kemudian menentukan bilangan dominasi-lokasi pada graf ular segitiga. Hasil penelitian ini, ditemukan bahwa bilangan dominasi-lokasi dari graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$ adalah $n + 2$.

Kata Kunci: Graf ular segitiga; Himpunan dominasi-lokasi; Bilangan dominasi lokasi

Sejarah artikel

Diterima: 20-03-2026

Direvisi: 25-04-2026

Dipublikasikan: 30-05-2026

Abstract

Throughout this paper, all graphs are assumed to be finite, simple, connected, and undirected. A graph G has a non-empty set vertex, denoted by $V(G)$ and the set of edges is denoted by $E(G)$. The neighbours of a vertex x of G are defined as the vertex set $N(x) = \{y \in V(G) | xy \in E(G)\}$. A set of vertices $W \subseteq V(G)$ is called the domination set of a graph G if every vertex $x \in V(G) \setminus W$ satisfies $N(x) \cap W \neq \emptyset$. A set of vertices $W \subseteq V(G)$ is called a locating-dominating set of a graph G if every vertex $x, y \in V(G) \setminus W$ satisfies $\emptyset \neq N(x) \cap W \neq N(y) \cap W \neq \emptyset$. Locating-dominating number of G , denoted by $\lambda(G)$ is a minimum cardinality of locating-dominating sets of G . The this research is the location-domination number determines the minimum number of locating-dominating set of the triangular snake graph of order $3n + 2$ where $n \geq 1$. The result of this research is show that the location-domination number of a triangular snake graph of order $3n + 2$ where $n \geq 1$ is $n + 2$.

Keywords: locating dominating set; triangular snake graph; the location-domination number

Article history

Received: 20-03-2026

Revised: 25-04-2026

Published: 30-05-2026





A. Pendahuluan

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang memiliki peranan fundamental dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Perkembangannya berawal dari kebutuhan manusia untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, kemudian terus berkembang seiring dengan kemajuan peradaban, ilmu pengetahuan, dan teknologi. Hingga saat ini, matematika menjadi salah satu ilmu dasar yang sangat penting dalam mendukung perkembangan berbagai disiplin ilmu dan inovasi di dunia modern.

Seiring perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit. Sejarah teori graf dimulai pada tahun 1736 ketika Leonhard Euler menyelesaikan masalah terkenal, yaitu Masalah Tujuh Jembatan Königsberg. Leonhard Euler membuktikan bahwa tidak mungkin melewati ketujuh jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali ke titik awal. Dalam penyelesaiannya, Leonhard Euler menyederhanakan wilayah menjadi titik (simpul) dan jembatan menjadi garis (sisi). Oleh karena itu, terjadi pengembangan yang sangat cepat dalam pengembangan teori yakni dimensi metrik dan himpunan dominasi. Konsep dimensi metrik pertama kali dikembangkan oleh Slater pada tahun 1975. Secara independen, Harary dan Melter juga mengembangkan konsep yang sama pada tahun 1976 (Harary & Melter.,1976).

Dalam perkembangannya, Salter mengaitkan konsep himpunan dominasi-lokasi berkardinalitas minimum dengan permasalahan jaringan (Chartrand & Zhang., 2003). J. Caceres dkk. mengaitkan konsep dominasi-lokasi ini dengan permasalahan penempatan alat pendeteksi dalam suatu bangunan. J. Caceres dkk. mengasumsikan bangunan sebagai graf. Kemudian alat pendeteksi tersebut ditempatkan di beberapa titik di graf sehingga diperlukan suatu optimasi untuk menentukan banyaknya perangkat yang dibutuhkan sehingga dapat mendeteksi masalah di setiap titik, (Caceres et al., 2012). Himpunan dominasi-lokasi adalah bagian dari perkumpulan titik pada suatu graf yang memiliki suatu ketentuan titik tersebut yakni menentukan suatu titik yang dominan atau terhubung langsung minimal satu titik. Secara historis, masalah dominasi dimodelkan dalam bentuk teori graf salah satunya melalui Penempatan Router pada Jaringan Kampus (Rosyidah et al.,2025).

Himpunan dominasi-lakasi juga merupakan salah satu dari pengembangan konsep dimensi metrik. Misalkan alat pendeteksi yang dimaksud adalah salah satunya bunyi alarm yang menunjukkan terjadi kerusakan atau kebakaran. Setiap alarm akan memberikan sinyal ketika yang berdekatan dengan titik alarm ditempatkan sehingga lokasi kebakaran atau kerusakan dapat ditemukan (Asmiati et al.,2018). Oleh karena itu, kami tertarik untuk mengembangkan penelitian bilangan dominasi-lokasi pada graf. Himpunan dominasi merupakan bagian dari himpunan titik pada suatu graf, yang memiliki ketentuan titik tersebut. Dengan menentukan titik yang terhubung minimal satu titik. Dalam penelitian ini, kami fokus untuk menentukan bilangan dominasi-lokasi pada graf ular segitiga.

Pada penelitian ini suatu graf G didefinisikan sebagai pasangan terurut dua himpunan yakni himpunan titik dan himpunan sisi dimana himpunan titik tak kosong yang anggotanya

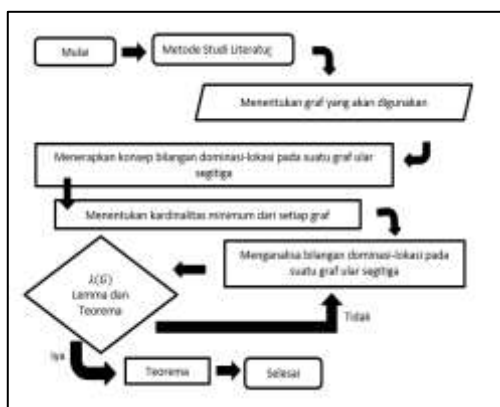


adalah kumpulan titik-titik pada G , dinotasikan $V(G)$ dan himpunan sisi adalah pasangan tak terurut dua titik di G , di notasikan dengan $E(G)$. Anggotanya himpunan $E(G)$ ini kita sebut sisi. Setiap sisi dari suatu graf menghubungkan paling banyak dua titik di antaranya. Graf terhubung adalah graf yang setiap pasangan simpulnya dapat dihubungkan melalui suatu lintasan (path) dan graf sederhana adalah graf terhubung yang tidak memiliki Loop dan sisi ganda dimana sisi ganda Misalkan G adalah graf sederhana dan terhubung. Misalkan u dan v adalah titik di G dan $u \neq v$. Lintasan dari u ke v pada G adalah jalan dari u ke v dimana tidak terjadi pengulangan sisi maupun titik. Lintasan dari u ke v disebut lintasan $u - v$. Jarak dari u ke v di G , dinotasikan dengan $d(u, v)$ adalah panjang lintasan terpendek $u - v$ di G .

Misalkan $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ adalah himpunan bagian dari $V(G)$. Maka representasi titik u terhadap W dituliskan $r(u|w) = (d(u, w_1), d(u, w_2), \dots, d(u, w_k))$. Himpunan W disebut himpunan pembeda pada G jika untuk setiap titik u, v pada $G, u \neq v$ mengakibatkan $r(u|w) \neq r(v|w)$. Dimensi metrik adalah kardinalitas minimum dari semua himpunan pemisah pada $\dim(G)$ atau $\beta(G)$. Jika $x, y \in V(G)$ dan $x \neq y$ sehingga ada satu sisi yang memuat titik x dan y maka dikatakan titik x dan y bertetangga. Himpunan tetangga pada titik x dinotasikan sebagai $N(x)$ adalah himpunan dengan anggotanya didefinisikan $N(x) = \{y \in V(G) | xy \in E(G)\}$. Misalkan diberikan suatu graf G sederhana, terhubung, tak berarah dan terbatas. Suatu himpunan titik W yang merupakan subhimpunan dari $V(G)$ pada G disebut sebagai himpunan dominasi jika untuk setiap titik x di G selain W berlaku $N(x) \cap W \neq \emptyset$. Kardinalitas minimum pada suatu himpunan dominasi di G disebut sebagai bilangan dominasi, dinotasikan $\gamma(G)$. Oleh karena itu, jika untuk setiap titik x dan y di $V(G) \setminus W$ berlaku $\emptyset \neq N(x) \cap W \neq N(y) \cap W \neq \emptyset$ maka himpunan titik W disebut sebagai himpunan dominasi-lokasi di G . Kardinalitas minimum pada suatu himpunan dominasi-lokasi di G disebut sebagai bilangan dominasi-lokasi di G , di notasikan $\lambda(G)$, (Gafur & Saputro., 2021) dan (Gafur & Bustan., 2019).

B. Metode Penelitian

Bagian ini mendeskripsikan secara ringkas metode penelitian yang digunakan, yaitu jenis penelitian, alur penelitian, teknik analisis data dan lain-lain yang diperlukan dalam penelitian.



Gambar 1. Diagram alir



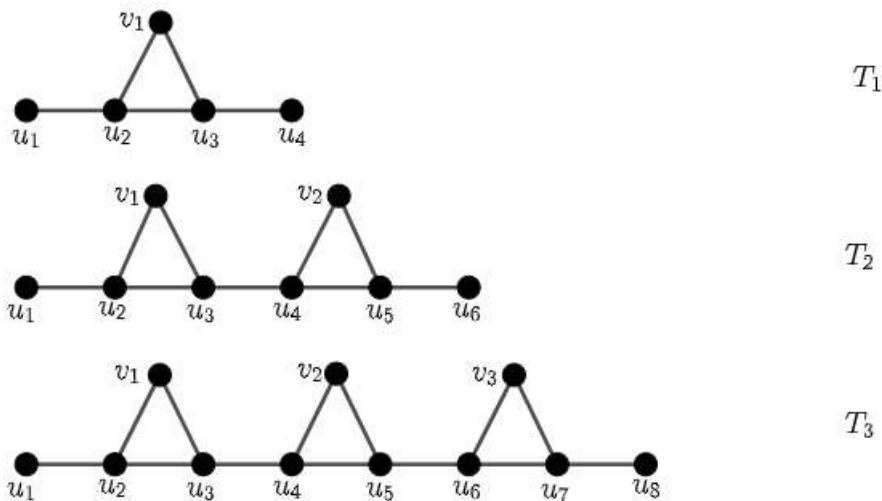
Metode yang digunakan pada studi literature adalah penelitian kepustakaan (Library research) yang merupakan serangkaian penelitian yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, atau penelitian yang objek penelitiannya digali melalui beragam informasi kepustakaan (buku, ensiklopedia, dokumen, dan jurnal ilmiah). Penelitian kepustakaan atau kajian literature (literature review, literature research) merupakan penelitian yang meninjau secara kritis pengetahuan, gagasan, atau temuan didalam literature yang berorientasi akademik (academic oriented literature) serta merumuskan kontribusi teoritis dan metodologisnya untuk topik tertentu. Pada tahap ini dilakukan pemahaman konsep dari berbagai sumber dan referensi yang sudah ada mengenai bilangan dominasi-lokasi pada graf ular segitiga.

C. Hasil Dan Pembahasan

Didefinisikan $[x, y] = \{u \in Z | x \leq u \leq y\}$. Untuk $n \geq 1$, $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dan titik-titik serta sisi-sisinya secara terurut dalam dilabeli sebagai berikut (Sumathi & Rathi 2018).

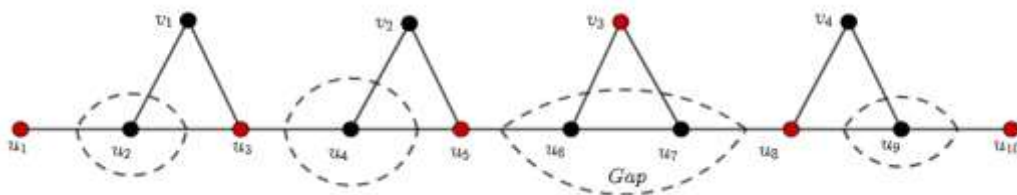
$$V(G) = \{u_i | 1 \leq i \leq 2n + 2\} \cup \{v_i | 1 \leq i \leq n\}$$

$$E(G) = \{u_i u_{i+1} | 1 \leq i \leq 2n + 1\} \cup \{v_i u_{2i}, v_i u_{2i+1} | 1 \leq i \leq n\}.$$



Gambar 2. Graf T_1 , T_2 , dan T_3

Kita definisikan $Gap - (u, v)$ adalah himpunan semua titik didalam lintasan terpendek dari u_i ke u_j di G selain titik u_i ke u_j yang berada di W merupakan himpunan dominasi Lokasi dari G , dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 3. Gap - (u, v)



Lemma 1. Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$. W adalah himpunan dominasi-loksi dari G . Jika titik a, b dan c di $V(G)$ dimana $ca, cb, ab \in E(G)$ maka

1. Jika $a \notin W$ dan $b \notin W$ maka titik $c \in W$
2. jika $a \in W$ atau $b \in W$ maka titik $c \notin W$

Bukti

Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$. W adalah himpunan dominasi-loksi dari G . Misalkan titik x, y, a, b dan c di $V(G)$ dimana $xa, ca, cb, by \in E(G)$ dan $ab \in E(G)$

Bukti 1. Misalkan $a \notin W$ dan $b \notin W$. Andaikan $c \notin W$. Karena $xa, ca, cb, by \in E(G)$ dan $ab \in E(G)$ maka $N(c) = \{a, b\}$, $N(a) = \{x, c, b\}$ dan $N(b) = \{a, c, y\}$. Akibatnya $N(c) \cap W = \emptyset$, kontradiksi. Jadi, haruslah $c \in W$.

Bukti 2. Misalkan $a \in W$ atau $b \in W$ Tanpa mengurangi keumuman, misalkan $a \in W$ dan $b \notin W$. Akan dibuktikan $c \notin W$. Karena $N(a) = \{b, c, x\}$, $N(b) = \{a, c, y\}$, $N(x) = \{a, c^*, y^*\}$, dan $N(c) = \{a, b\}$ untuk suatu c^* dan y^* di $V(G)$ maka $N(b) \cap W = \{a, y\}$ dan $N(c) \cap W = \{a\}$. Perhatikan titik x, y, c^* , dan y^* . Jelas titik $x \notin W$ karena $N(a) = \{b, c, x\}$ dan $a \in W$. Karena $b \notin W$, maka titik y haruslah berada di W karena jika y tidak berada di W maka $N(c) \cap W = \{a\} = N(b) \cap W$, kontradiksi. Dengan demikian titik $b, c, x \in V(G) \setminus W$ maka $\emptyset \neq N(b) \cap W \neq N(c) \cap W \neq N(x) \cap W \neq \emptyset$. Jadi $c \notin W$.

Lemma 1 menunjukkan bahwa setiap titik dalam segitiga berkontribusi di W pada graf $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$.

Lemma 2. Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$.

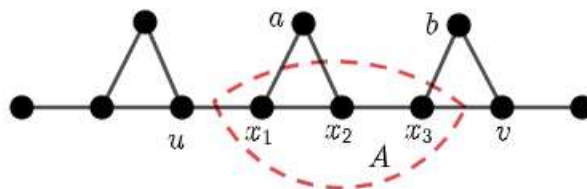
Himpunan W adalah himpunan dominasi-loksi dari G jika dan hanya jika memenuhi ketiga sifat berikut ini :

1. Setiap gap di G memuat maksimal 2 titik.
2. Misalkan A adalah gap yang memuat 2 titik. Setiap gap yang bertetangga dengan A harus memuat paling banyak 1 titik
3. Paling banyak terdapat satu gap di G yang memuat 2 titik

Bukti. $\Rightarrow$ Misalkan W adalah himpunan dominasi-loksi dari G .

- Bukti sifat 1.

Andaikan terdapat gap A yang memiliki sedikitnya 3 titik. Misalkan gap A memuat titik x_1, x_2, x_3 yang berada di $V(G)$ dengan $x_1x_2, x_2x_3 \in E(G)$. Karena G adalah graf ular segitiga, maka untuk setiap titik $u, a, b, v \in V(G)$ berbeda sehingga $ux_1, x_1a, ax_2, x_3v, vb, bx_3 \in E(G)$, dapat dilihat pada gambar 3.



Gambar 4. Kondisi gap A memuat 3 titik

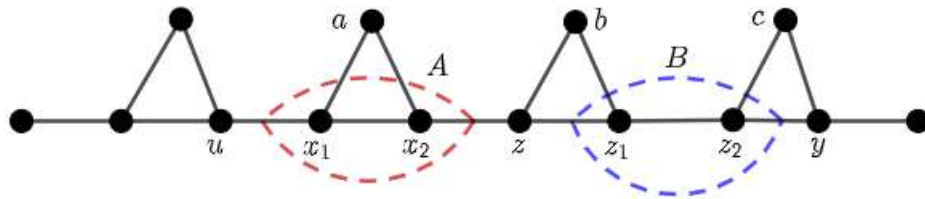
Berdasarkan lemma 1 bagian 1, maka $a \in W$ karena $x_1 \notin W$ dan $x_2 \notin W$. Karena x_3 berada pada gap A maka $x_3 \notin W$. Berdasarkan lemma 1 bagian 2, maka $b \notin W$ karena



$v \in W$. Akibatnya $N(x_3) \cap W \neq \emptyset$ dan $N(b) \cap W \neq \emptyset$ tetapi $N(x_3) \cap W = v = N(b) \cap W$, kontradiksi. Jadi, haruslah Setiap gap di G memuat maksimal 2 titik.

- Bukti sifat 2.

Misalkan gap A memuat dua titik. Andaikan setiap gap yang bertetangga dengan A harus memuat paling sedikit dua titik. Misalkan x_1 dan x_2 berada pada gap A dan z_1 dan z_2 berada pada gap B sehingga $x_1x_2 \in E(G)$ dan $z_1z_2 \in E(G)$. Karena G adalah graf ular segitiga maka untuk setiap titik $u, a, b, c, z, y \in V(G)$ berbeda sehingga $ux_1, x_1a, ax_2, x_2z, zb, zz_1, z_2c, cy, z_2y \in E(G)$, dapat dilihat pada gambar 4.



Gambar 5. Graf G

Karena gap A memuat dua titik maka $x_1 \notin W$ dan $x_2 \notin W$. Berdasarkan lemma 4.1 bagian 1, maka $a \in W$. Perhatikan titik z . Karena titik u dan z ada titik ujung dari gap A , maka $u \in W$ dan $z \in W$. Karena $z_1, z_2 \in B$ maka $z_1, z_2 \notin W$. Berdasarkan lemma 4.1 bagian 2, $b \notin W$. Akibatnya $z \in N(b) \cap N(z_1)$. Dengan demikian $N(b) \cap W \neq \emptyset$ dan $N(z_1) \cap W \neq \emptyset$ tetapi $N(b) \cap W = z = N(z_1) \cap W$, kontradiksi. Jadi, haruslah setiap gap yang bertetangga dengan A harus memuat paling sedikit dua titik.

- Bukti sifat 3.

Andaikan terdapat dua gap yang memuat 2 titik. Misalkan A dan B adalah dua gap dengan $A = \{a_1, a_2\}$ dan $B = \{b_1, b_2\}$ dan $c_1a_1, c_1a_2, a_1a_2 \in E(G)$ dimana $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in V(G)$. Perhatikan gap B . Tanpa mengurangi keumuman, $c_2b_1, b_1b_2 \in E(G)$ dan $c_2b_2 \notin E(G)$ maka ada titik c_3 di $V(G)$ sehingga $c_3b_2 \in E(G)$. Berdasarkan lemma 4.2 bagian 1, maka berdasarkan lemma 4.1, $c_1 \in W$ dan $c_2 \notin W$. Karena $b_1 \notin W$ maka ada titik x di $V(G)$ dan $xb_1, xc_2 \in E(G)$ sehingga $x \in W$. Akibatnya $N(c_2) = \{b_1, x\}$ dan $N(b_1) = \{b_2, c_2, x\}$. Dengan demikian, $N(b_1) \cap W = \{x\} = N(c_2) \cap W$, kontradiksi. Jadi haruslah Paling banyak terdapat satu gap di G yang memuat 2 titik

($\Leftarrow$) misalkan $W \subseteq V(G)$ dan W memenuhi ketiga sifat. Akan ditunjukkan bahwa W adalah himpunan dominasi-lokasi dari G . Ambil sembarang titik $x \in V(G) \setminus W$ yang berada disuatu gap. Maka terdapat dua kemungkinan posisi x yang berada didalam gap yang menghasilkan oleh W yakni :

1. x berada di dalam gap yang berukuran satu.

Misalkan titik a dan b berada di W merupakan titik ujung dari gap yang memuat titik x maka xa dan xb saling bertetangga sehingga $d(x, a) = d(x, b) = 1$ dan $N(x) \cap W = \{a, b\}$. Jika xa dan xb titik bertetangga maka $N(x) \cap W = W \setminus \{a, b\}$. Ambil sebarang titik y di $V(G)$ selain W . Karena titik x dan y berbeda sehingga titik y bertetangga dengan titik a atau b . Akibatnya $a \in N(y) \cap W$ atau $b \in N(y) \cap W$ sehingga $\emptyset \neq N(x) \cap W \neq N(y) \cap W \neq \emptyset$.



2. x berada di dalam gap yang berukuran dua.

Misalkan $a, b, c, d, e \in V(G)$. Pilih $a, c, e \in W$ dan $ab, bc, bd, cd, de \in E(G)$ maka $d(b, c) = d(b, a) = 1$ dan $d(b, e) \geq 2$ sehingga $N(b) = \{a, c, d\}$ dan $N(d) = \{b, c, e\}$. Dengan demikian, jika $x = b$ maka $\emptyset \neq N(x) \cap W \neq N(d) \cap W \neq \emptyset$ dan jika $x = d$ maka diperoleh $\emptyset \neq N(b) \cap W \neq N(x) \cap W \neq \emptyset$

Berdasarkan kedua kasus di atas maka W Adalah himpunan dominasi-lokasi dari $V(G)$.

Teorema 1. Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$ maka $\lambda(G) = n + 2$.

Bukti

Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$. Akan ditunjukkan bahwa $\lambda(G) \geq n + 2$ dan $\lambda(G) \leq n + 2$. Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$ sehingga $V(G) = \{u_i | 1 \leq i \leq 2n + 2\} \cup \{v_i | 1 \leq i \leq n\}$ dan $E(G) = \{u_i u_{i+1} | 1 \leq i \leq 2n + 1\} \cup \{v_i u_{2i}, v_i u_{2i+1} | 1 \leq i \leq n\}$. Misalkan W adalah himpunan dominasi Lokasi dari G .

Kasus 1. $\lambda(G) \leq n + 2$

Karena W memenuhi lemma 4.1 dan sifat pada lemma 4.2, maka banyaknya gap yang berisi satu titik adalah n buah gap pada lintasan u_i untuk $i \in [1, 2n + 2]$ dan banyaknya titik $v_i \notin W$ untuk $i \in [1, n]$ adalah n titik. Dengan demikian, banyaknya titik dalam gap adalah n titik. Akibatnya maksimal titik dalam gap dan $v_i \notin W$ adalah $n + n = 2n$ titik, kita peroleh $|W| \leq 3n + 2 - 2n \leq n + 2$, kontradiksi. Jadi haruslah $\lambda(G) \leq n + 2$

Kasus 2. $\lambda(G) \geq n + 2$

Andaikan $\lambda(G) \leq n + 1$. Karena W memenuhi lemma 4.2, maka setiap segitiga pada graf $G = T_n$, berkontribusi paling sedikit 1 titik di W . Karena paling banyak n buah segitiga maka ada n titik. Perhatikan bahwa untuk titik u_1 dan u_{2n+2} merupakan titik ujung dari graf G . Tanpa mengurangi keumuman, $u_1 \in W$ akan dibuktikan $u_{2n+2} \in W$. Andaikan $u_{2n+2} \notin W$. Karena $u_i u_{i+1}$ dan $v_i u_{2i}, v_i u_{2i+1}$ di $E(G)$ maka berdasarkan lemma 4.1, titik $v_n \notin W$ karena titik $u_{2n+1} \in W$ dan $u_{2n} \notin W$. Akibatnya $N(u_{2n+2}) \cap W \neq \emptyset$ dan $N(v_n) \cap W \neq \emptyset$ tetapi $N(u_{2n+2}) \cap W = \{u_{2n+1}\} = N(v_n) \cap W$, kontradiksi. Haruslah $u_{2n+2} \in W$. Karena u_1 dan u_{2n+2} berada di W maka di peroleh $|W| \geq n + 2$.

D. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan oleh peneliti mengenai bilangan dominasi-lokasi graf ular segitiga ($G = T_n$) dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$, maka dalam penelitian ini diperoleh hasil sebagai berikut.

1. Setiap segitiga pada $G = T_n$ berkontribusi satu titik di W .
2. Misalkan $G = T_n$ adalah graf ular segitiga dengan orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$. Himpunan W adalah himpunan dominasi-loksi dari G jika dan hanya jika memenuhi ketiga sifat berikut ini:
 - a. Setiap gap di G memuat maksimal 2 titik;
 - b. Misalkan A adalah gap yang memuat 2 titik. Setiap gap yang bertetangga dengan A harus memuat paling banyak 1 titik;



- c. Paling banyak terdapat satu gap di G yang memuat 2 titik.
3. Untuk orde $3n + 2$ dengan $n \geq 1$, $G = T_n$ adalah graf ular segitiga maka $\lambda(G) = n + 2$.

E. Daftar Pustaka

- Asmiati, A., Suhadi, W., & Akmal Junaidi, A. Analisis Penempatan Sensor Pada Gedung Bertingkat Dengan Pendekatan Dimensi Metrik Graf (Tahun 1).
- Gafur, A. K. B., & Saputro, S. W., (2021). On Locating-Dominating Set of Regular Graf. *Journal of mathematics*.
- Gafur A. K. B., & Bustan, A. W (2019). "Mengidentifikasi Bilangan Dominasi Lokasi Pada Graf Bintang Kipas". *the original of mathematics*,. Media,neliti, 3-8.
- G. Chartrand, L. Eroh, M. Johnson, dan O. R. Ollerman, resolvability in graph and Metric dimension of graph., *Discrete Appl.* **105**, (2000), 99-113.
- G. Chartrand, dan P. Zhang, The theory and applications of resolvability in graphs; a survey, **160** (2003), 47-68.
- Harary, F., & Melter, R. A. (1976). On the metric dimension of a graph. *Ars combin*, 2(191-195), 1.
- J. Caceres, C. Hernando, M. Mora, I. M. Pelayo, M. L. Puertas, Locating-dominating codes : Bound and extremal cardinalities, *arXiv:1025.2177v1* [math.CO] 10 May 2012.
- Rosyidah, S. Z., Nurfadila, R. A., & Komarullah, H. (2025, December). Study of the Use of the Dominating Set Concept for Router Placement in Campus Networks. In *Proceeding of International Conference on Education and Sharia* (Vol. 2, pp. 258-266).
- Sumathi, P., & Rathi, A (2018). Quotient Labeling of Snake Related Graphs. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*